EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 2005 - Epreuve : Mathématiques.
Durée : 2 h. Coef. : 4

Exercice 1 **(5 points)**

On donne les expressions suivantes :

$f(x) = (3x-5)^2 - (2x-1)^2$ et $g(x) = x^2 + (2x+1)(5-x) - 25$

1°) Développer, réduire et ordonner f (x) et g (x). (1 pt)

2°) Factoriser f (x) et g (x). (1 pt)

3°) $h(x) = \dfrac{(x-4)(5x-6)}{(5-x)(x-4)}$

a) Donner la condition d'existence de h(x), puis simplifier h (x). (1,5 pt)

b) Résoudre dans IR l'équation $|h(x)| = 2$. (1,5 pt)

Exercice 2 **(5 points)**

Le gérant d'un cybercafé propose à ses clients deux types d'options :

Option 1 : 150 F par heure d'utilisation (navigation) avec un abonnement mensuel de 3 000 F.

Option 2 : 350 F l'heure d'utilisation sans abonnement.

1°) En notant x le nombre d'heures de navigation mensuelle, $p_1(x)$ et $p_2(x)$ les prix en francs correspondant respectivement aux options 1 et 2, montrer que $p_1(x) = 150x + 3\,000$ et $p_2(x) = 350x$. (1 pt)

2°) Dans un même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ construire les représentations graphiques des applications affines p_1 et p_2 :

On prendra : 1 cm pour 1 000 F sur l'axe des ordonnées ; 1 cm pour 2 h sur l'axe des abscisses. (1 pt)

3°) Déterminer graphiquement dans quel intervalle de temps l'option 1 est plus avantageuse que l'option 2 et retrouver cet intervalle par le calcul. (1,5 pt)

4°) Au bout de combien de temps de navigation deux clients d'options différentes payeront-ils le même prix ? (1,5 pt)

Exercice 3 **(7 points)** **(1,5 pt figure complète)**

1°) a) Construire un cercle ($\mathcal{C}$) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de ($\mathcal{C}$) diamétralement opposés.
Placer un point M sur ($\mathcal{C}$) tel que AM = 4 cm.

b) Quelle est la nature du triangle AMI ? (0,5 pt)

c) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BIM}$. (0,5 pt)

2°) K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a) Justifier que AMB est un triangle rectangle. (0,5 pt)

b) En remarquant que $\cos\widehat{BAM} = \cos\widehat{KAI}$, calculer AK et KI. (1 pt)

3°) Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB) :

a) Calculer $\cos\widehat{B}$ de deux manières différentes. (1 pt)

b) Exprimer BH en fonction de $\cos\widehat{B}$ puis démontrer que $BH = \dfrac{BM^2}{AB}$. (1 pt)

4°) Placer le point E sur le segment [AM] tel que AE = 3 cm.
La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [AI] en F.
Quelle est la nature du triangle AEF ? (1 pt)

Exercice 4 **(3 points)**

Le chapeau d'un berger a la forme d'un cône de révolution de sommet S (voir figure ci-contre).
H est le centre du disque de base ; IH = 10 cm et SH = 10 cm.

1°) Calculer le volume de ce cône. (1 pt)

2°) Le berger recouvre son chapeau extérieurement d'un papier de décoration vendu par feuille carrée de 10 cm de côté et à 1 000 F la feuille. Calculer la dépense minimale. (2 pt)